

1. Найдите углы параллелограмма, если их градусные меры относятся как 1:4.
2. По данным рис. 164 докажите, что $ABCD$ — параллелограмм.

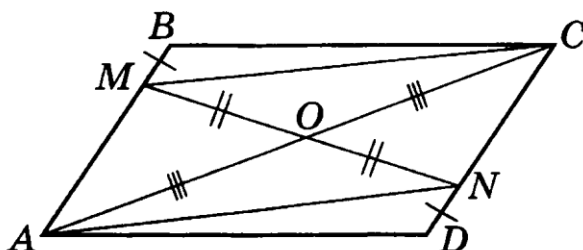


Рис. 164

3. Высота ромба, проведенная из вершины тупого угла, делит сторону пополам. Найдите меньшую диагональ, если периметр ромба равен 48 см.
4. В прямоугольной трапеции с острым углом 60° диагональ является биссектрисой тупого угла. Найдите основания трапеции, если бóльшая боковая сторона равна 12 см.
5. От двух противоположных вершин ромба на его сторонах отложены четыре равных отрезка. Докажите, что концы этих отрезков являются вершинами прямоугольника.

2. На рис. 169 $ABCD$ — трапеция, $BC = CD$, $\angle A = \angle D$, $BM = 15$ см, $DN = 8$ см. Найдите периметр трапеции.

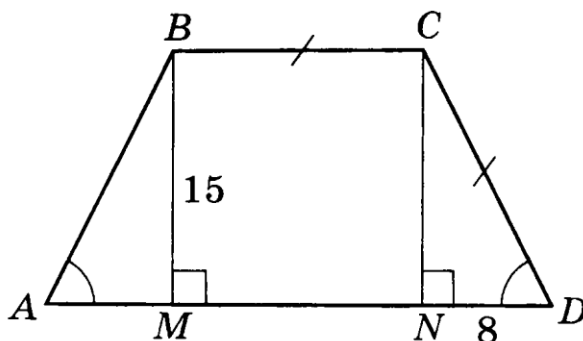


Рис. 169

3. Площадь равнобедренного треугольника с углом при вершине 120° равна $36\sqrt{3}$ см². Найдите стороны треугольника.
4. Боковые стороны прямоугольной трапеции относятся как 5:4, а разность оснований равна 18 см. Найдите площадь трапеции, если большая диагональ равна 40 см.
5. Прямая, которая пересекает противоположные стороны параллелограмма, делит одну из них на отрезки 10 см и 14 см, а площадь параллелограмма — в отношении 1:2. Найдите длину отрезков, на которые эта прямая делит другую сторону параллелограмма. Рассмотрите все возможные случаи.
1. Высота треугольника длиной 12 см делит основание в отношении 1:2. Найдите площадь треугольника, если меньшая боковая сторона равна 15 см.

1. На рис. 177 $AB = 32$ см, $BC = 16$ см, $AC = 24$ см, $AD = 18$ см, $CD = 12$ см. Найдите подобные треугольники и докажите их подобие.

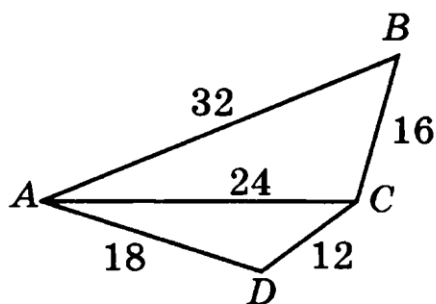


Рис. 177

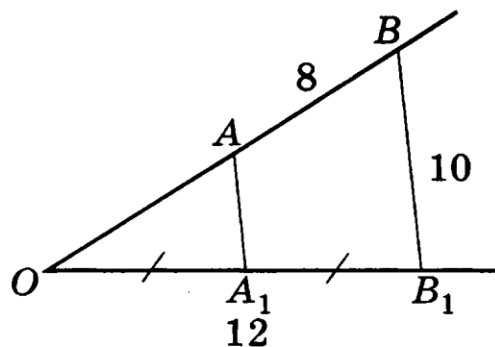


Рис. 178

2. На рис. 178 $\angle AA_1B_1 + \angle A_1B_1B = 180^\circ$, $OA_1 = A_1B_1$, $AB = 8$ см, $BB_1 = 10$ см, $OB_1 = 12$ см. Найдите периметр треугольника OAA_1 .
3. Разность периметра равностороннего треугольника и его средней линии равна 15 см. Найдите сторону данного треугольника.
4. Острые углы двух прямоугольных треугольников равны. Гипотенуза и катет одного треугольника равны 20 см и 16 см. Найдите периметр другого треугольника, если его гипотенуза равна 30 см.
5. Высота, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, делит ее в отношении 9:16. Большой катет треугольника равен 120 см. Найдите площадь треугольника.

1. На рис. 182 точка O — центр окружности, AD — касательная к окружности, AC — диаметр, $\angle BOC = 60^\circ$. Найдите угол DAB .

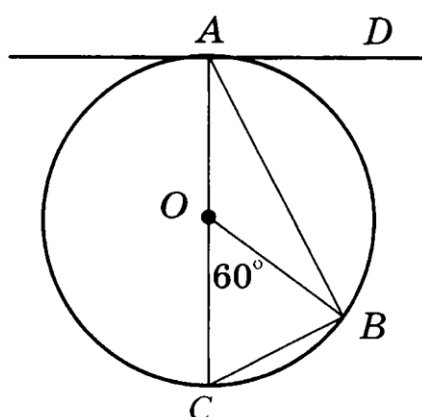


Рис. 182

2. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол C меньше угла A на 140° и в 3 раза меньше угла B . Найдите углы четырехугольника.
3. Разность оснований равнобедренной трапеции, описанной около окружности, равна 18 см, а периметр равен 60 см. Найдите стороны трапеции.
4. Найдите углы равнобедренного треугольника, концы основания которого делят дугу окружности в отношении 1:8. Рассмотрите все возможные случаи.
5. В прямоугольную трапецию с основаниями a и b вписана окружность радиуса r . Докажите, что $r = \frac{ab}{a+b}$.

1. По рис. 186 постройте векторы:

а) $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + 2\vec{c}$; б) $2\vec{c} - \frac{1}{2}\vec{d}$;

в) $\frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{d}$; г) $\vec{d} - 2\vec{e}$.

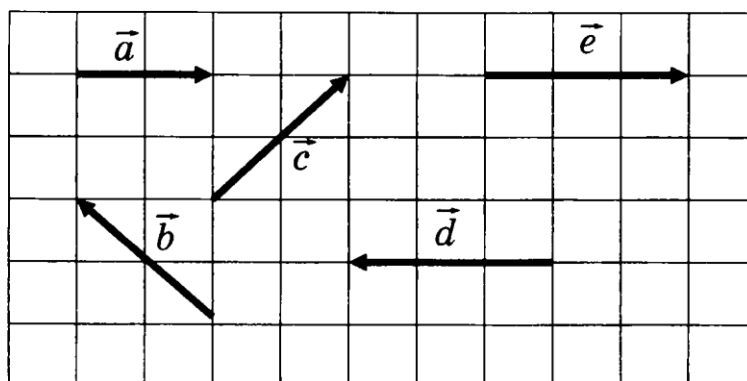


Рис. 186

2. В равностороннем треугольнике ABC точка O — центр вписанной окружности, $AB = 6$ см. Найдите:

а) $|\overline{AO}|$; б) $|\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{CA}|$; в) $|\frac{1}{2}\overline{CO} - \frac{1}{2}\overline{BA}|$.

3. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . На стороне AD отмечена точка M так, что $AM:MD = 2:1$. Выразите векторы $\overline{CM}$ и $\overline{AM} - \overline{BO}$ через векторы $\overline{AB} = \vec{a}$ и $\overline{AD} = \vec{b}$.

4. Площади трапеций, на которые данную трапецию делит средняя линия, относятся как 4:5. Как относятся основания трапеции?

5. Докажите, что большая боковая сторона описанной прямоугольной трапеции равна удвоенной разности средней линии и радиуса вписанной окружности.

2. На рис. 191 $AC = BC$, $BD = \sqrt{2}$ см, $\angle C = 135^\circ$. Найдите площадь треугольника ABC .

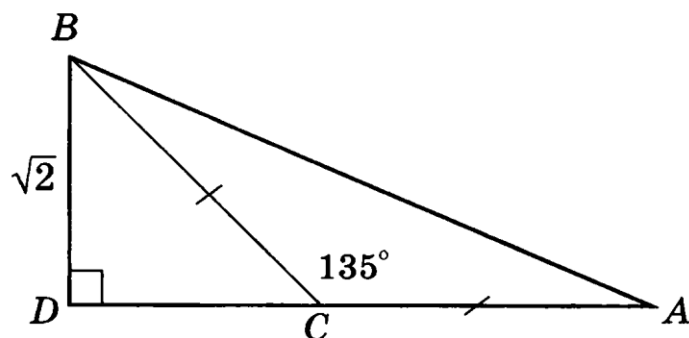


Рис. 191

3. Отношение диагоналей ромба равно 0,75. Найдите площадь ромба, если радиус вписанной окружности равен 24 см.
4. Боковые стороны трапеции равны 30 см и 40 см. Найдите основания трапеции, если радиус вписанной окружности равен 12 см.
5. На рис. 192 $ABCD$ — параллелограмм, $AF = 42$ см, $DF = 14$ см, $\angle ABE = \angle CBE = 45^\circ$. Найдите x и y .

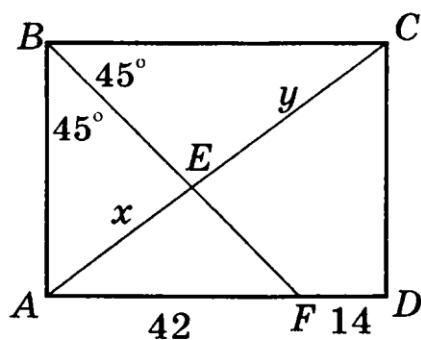


Рис. 192

1. Сумма катетов прямоугольного треугольника равна 31 см, а гипотенуза — 25 см. Найдите катеты треугольника.

1. Определите, для каких правильных n -угольников сторона больше радиуса описанной окружности.

Ответ: _____

2. Найдите радиус окружности, описанной около правильного треугольника, периметр которого равен 18 см.

Ответ: _____

3. Найдите сторону правильного шестиугольника, если радиус описанной около него окружности равен 5 см.

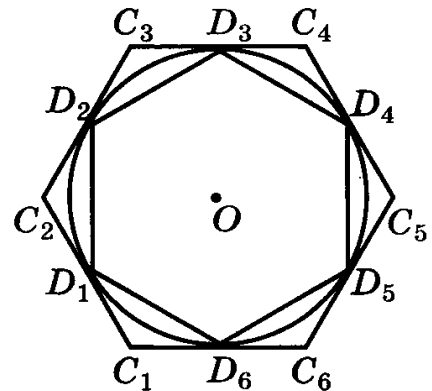
Ответ: _____

4. Найдите центральный угол правильного n -угольника, если радиус вписанной в него окружности в два раза меньше радиуса описанной окружности.

Ответ: _____

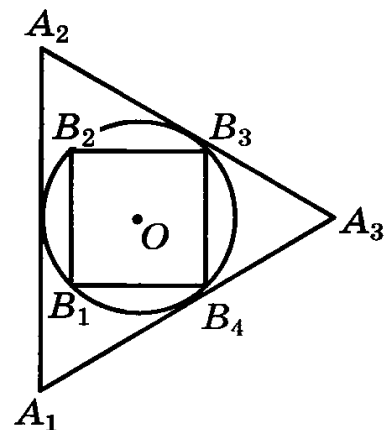
5. Найдите отношение стороны правильного шестиугольника, вписанного в окружность, к стороне правильного шестиугольника, описанного около нее.

1. $\frac{1}{2}$. 2. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. 3. 2. 4. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



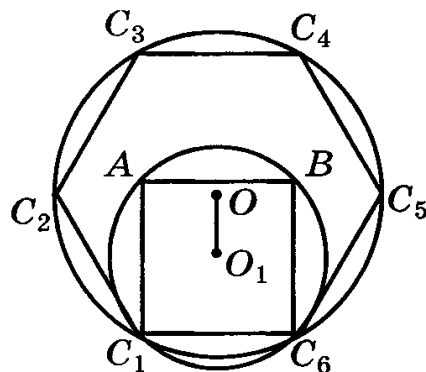
6. Найдите сторону квадрата, вписанного в окружность, если сторона правильного треугольника, описанного около этой окружности, равна 6 см.

Ответ: _____



7. Отрезок C_1C_6 является общей хордой двух пересекающихся таким образом окружностей, что их центры лежат по одну сторону от хорды C_1C_6 . При этом для окружности с центром в точке O эта хорда является стороной вписанного правильного шестиугольника, а для окружности с центром в точке O_1 эта хорда является стороной вписанного квадрата. Найдите расстояние между центрами окружностей, если хорда равна 6 см.

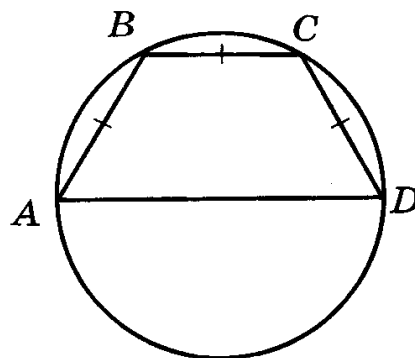
1. $3(\sqrt{3} + 1)$ см.
2. $3(\sqrt{3} - 1)$ см.
3. $4\sqrt{3}$ см.
4. $2\sqrt{3}$ см.



8. Найдите площадь правильного треугольника, если его периметр равен 6.

1. $\sqrt{3}$.
2. $4\sqrt{3}$.
3. $2\sqrt{3}$.
4. 1.

9. Трапеция $ABCD$ вписана в окружность. Найдите угол BCD , если $AB = BC = CD = 8$ см, $AD = 16$ см.



Ответ: _____

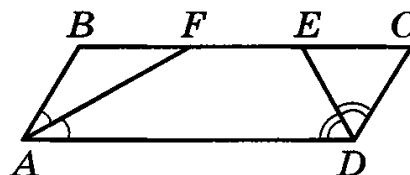
10. (Дополнительная задача.) В окружность вписан правильный треугольник. В него вписана окружность, в которую вписан квадрат. Найдите сторону квадрата, если диаметр большей окружности равен $2\sqrt{2}$ см.

Ответ: _____

1. Вычислите сумму углов выпуклого четырнадцатиугольника.

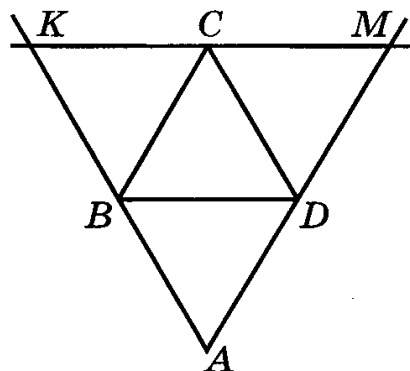
Ответ: _____

2. В параллелограмме $ABCD$ сторона AB равна 3 см, а сторона AD — 8 см. Биссектрисы углов A и D пересекают сторону BC в точках F и E соответственно. Найдите длину отрезка EF .



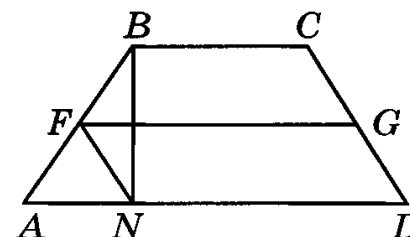
Ответ: _____

3. В ромбе $ABCD$ тупой угол равен 120° . Через вершину C проведена прямая, параллельная диагонали BD , которая пересекает прямые AB и AD в точках K и M соответственно. Найдите сторону ромба, если $KM = 12$ см.



Ответ: _____

4. В равнобедренной трапеции $ABCD$ точки F и G являются серединами боковых сторон AB и CD соответственно, отрезок BN — высота трапеции. Найдите периметр четырехугольника $NFGD$, если средняя линия трапеции равна 10 см, а ее боковая сторона — 8 см.



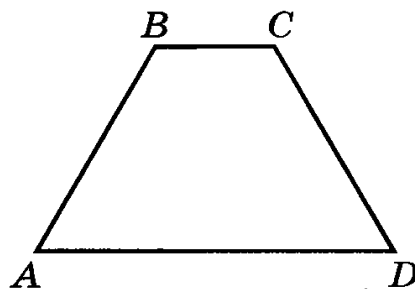
Ответ: _____

5. Площадь прямоугольного треугольника с острым углом 60° равна $2\sqrt{3}$ см². Найдите гипотенузу треугольника.

Ответ: _____

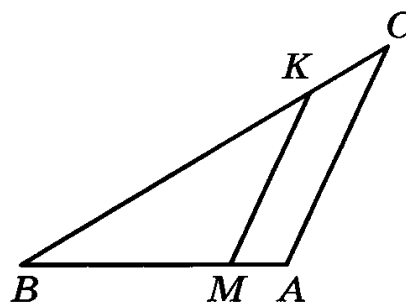
6. Найдите площадь равнобедренной трапеции $ABCD$, если ее основания равны 5 см и 17 см, а боковая сторона равна 10 см.

Ответ: _____



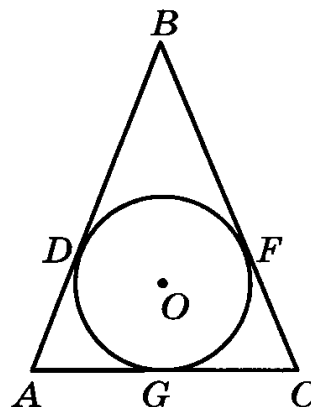
7. В треугольнике ABC проведен отрезок MK , параллельный стороне AC , так, что точка M лежит на стороне AB , а точка K — на стороне BC . Найдите сторону AB , если $AC = 20$ см, $AM = 3$ см, $MK = 15$ см.

Ответ: _____



8. В равнобедренный треугольник ABC с основанием AC вписана окружность, которая касается его сторон в точках D , F и G . Найдите периметр треугольника, если $AG = 3$ см, $BF = 7$ см.

Ответ: _____



9. Определите углы параллелограмма, если известно, что этот параллелограмм вписан в окружность.

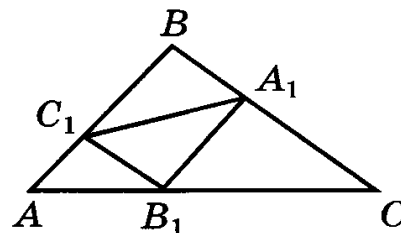
Ответ: _____

10. (Дополнительная задача.) На сторонах треугольника ABC отмечены точки A_1 , B_1 и C_1 так,

$$\text{что } \frac{BA_1}{A_1C} = \frac{CB_1}{B_1A} = \frac{AC_1}{C_1B} = \frac{2}{3}.$$

Найдите $\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}}.$

Ответ: _____



1. Среди данных векторов $\vec{a} \{6; 4\}$, $\vec{b} \{-2; -2\}$, $\vec{c} \{-1,5; 1\}$ и $\vec{d} \{3; 2\}$ найдите пару коллинеарных векторов.

Ответ: _____

2. Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ коллинеарны, причем $\vec{a} - 2\vec{b} + 2\vec{c} = \vec{0}$. Найдите $|\vec{b}|$, если векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$ противоположно направлены и $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{c}| = 1$.

Ответ: _____

3. Запишите координаты вектора $\vec{a} = 5\vec{i} - 7\vec{j}$.

Ответ: _____

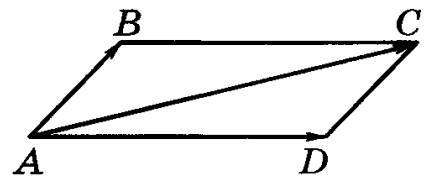
4. Разложите вектор $\vec{n} \{-1; 1\}$ на два вектора, коллинеарные векторам $\vec{a} \{4; 0\}$, $\vec{b} \{5; -1\}$.

Ответ: _____

5. Найдите координаты вектора $\vec{c} = \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$, если $\vec{a} \{-2; 1\}$, $\vec{b} \{1; 0\}$.

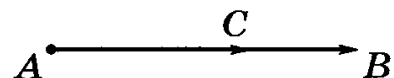
Ответ: _____

6. В параллелограмме $ABCD$ $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$. Найдите координаты вектора $\vec{AC}$, если $\vec{a} \{2; -3\}$, $\vec{b} \{1; 0\}$.



Ответ: _____

7. Точка C лежит на отрезке AB и $AC : CB = 2 : 1$. Найдите координаты вектора $\vec{AB}$, если $\vec{AC} \{6; 8\}$.



Ответ: _____

8. При каком значении k выполняется равенство $\vec{b} = k\vec{a}$ при условии, что длина вектора $\vec{a}$ равна 12 см, а длина вектора $\vec{b}$ равна 4 см и они противоположно направленные?

Ответ: _____

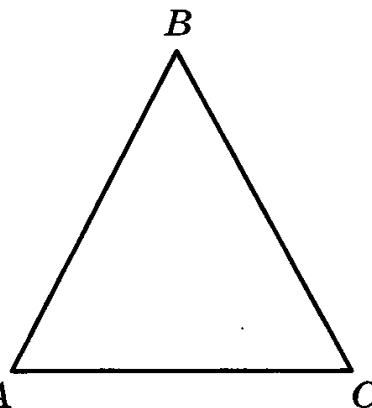
9. Точка C и точка O (начало координат) симметричны относительно середины отрезка AB . Выразите вектор $\vec{OC}$ через векторы $\vec{OA}$ и $\vec{OB}$.

Ответ: _____

10. (Дополнительная задача.) В треугольнике ABC проведены медианы BM и AN , которые пересекаются в точке O . Пусть $\vec{OM} = \vec{a}$, $\vec{ON} = \vec{c}$. Выразите вектор $\vec{AC}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

Ответ: _____

1. Дан равнобедренный треугольник ABC , основание AC которого равно 10 см, высота равна 12 см. На рисунке введите удобным способом систему координат и определите координаты середины стороны BC .



Ответ: _____ .

2. Точка $D_1 (-5; -8)$ является началом вектора $\vec{d} \{d_1; d_2\}$, а точка $D_2 (3; -4)$ — его концом. Найдите координаты вектора $\vec{d}$.

Ответ: $d_1 =$ _____ , $d_2 =$ _____ .

3. Точка $D_1 (-4; -6)$ является началом вектора $\vec{d} \{7; 14\}$, а точка $D_2 (x; y)$ — его концом. Найдите координаты точки D_2 .

Ответ: $x =$ _____ , $y =$ _____ .

4. Даны точки $A (5; -2)$, $B (3; 0)$, $C (-4; 5)$ и $D (-8; 9)$. Среди векторов с концами в заданных точках укажите пару сонаправленных векторов.

Ответ: _____

5. Определите координаты точки пересечения диагоналей ромба, одной из диагоналей которого является отрезок AB , если $A (3; -4)$ и $B (11; 2)$.

Ответ: _____

6. В окружности с центром в точке $A (-3; 15)$ проведен радиус AB . Найдите диаметр окружности, если $B (2; 3)$.

Ответ: _____

7. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB , концами которой являются точки $A (5; 3)$ и $B (-2; 4)$, образует с катетом AC угол, равный 45° . Найдите катет BC .

Ответ: _____

8. Определите вид треугольника ABC , вершинами которого являются точки $A (7; -4)$, $B (-4; 3)$ и $C (5; 0)$.

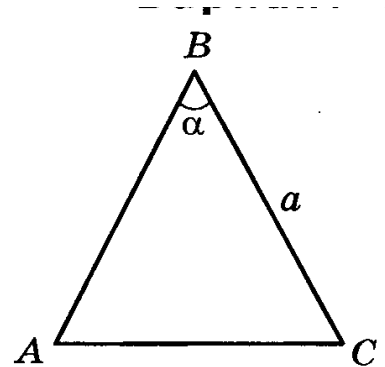
1. Равнобедренный.
2. Равносторонний.
3. Разносторонний.
4. Такой треугольник не существует.

9. Точка $P (2; 4)$ принадлежит отрезку AB . Определите, в каком отношении точка P делит отрезок AB , если $A (-1; -2)$, а $B (3; 6)$.

Ответ: _____

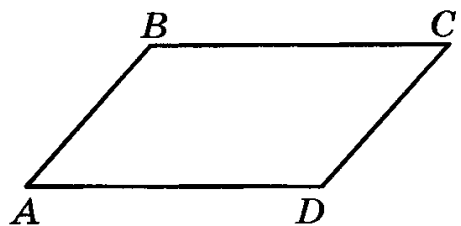
1. В равнобедренном треугольнике боковые стороны равны a , а угол между ними равен α . Найдите площадь треугольника.

Ответ: _____



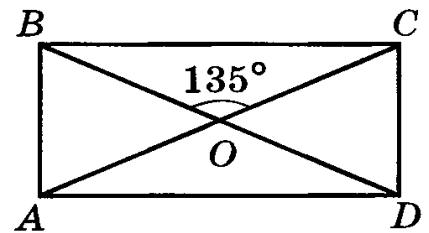
2. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 28 см^2 . Стороны AB и AD соответственно равны 7 см и 8 см. Найдите острый угол параллелограмма.

Ответ: _____



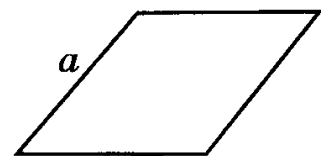
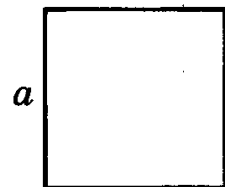
3. Диагональ прямоугольника равна 3 см. Угол между диагоналями равен 135° . Найдите площадь прямоугольника.

Ответ: _____



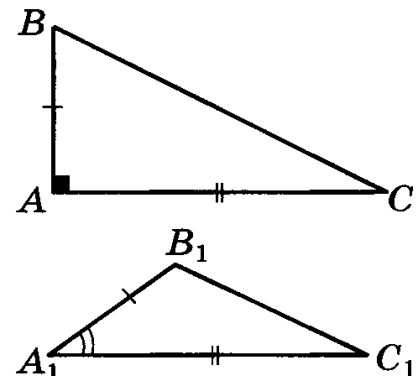
4. Квадрат и ромб имеют равные стороны. Найдите площадь ромба, если его острый угол равен 60° .

Ответ: _____



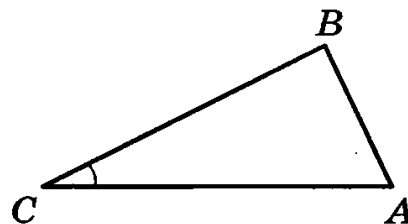
5. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ стороны AB и A_1B_1 , AC и A_1C_1 попарно равны. Угол BAC равен 90° , а угол $B_1A_1C_1$ равен 30° . Найдите отношение площадей треугольников ABC и $A_1B_1C_1$.

Ответ: _____



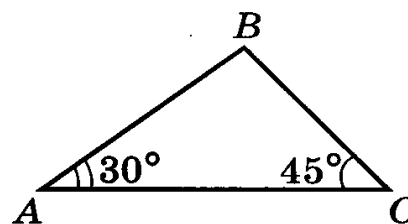
6. Определите, сколько решений имеет следующая задача. Решать задачу не надо.

В треугольнике ABC сторона AB равна 6 см, сторона BC равна 12 см, а угол C равен 35° . Найдите угол CBA .



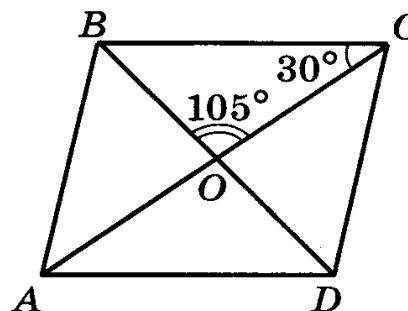
Ответ: _____

7. В треугольнике ABC сторона BC равна 8 см, угол BCA равен 45° , а угол, противоположный стороне BC , равен 30° . Найдите сторону AB .



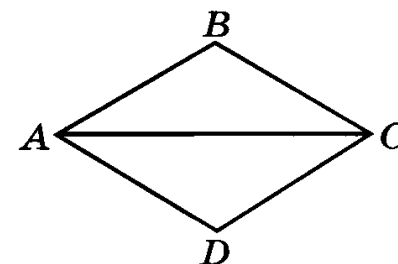
1. $8\sqrt{2}$ см. 2. $8\sqrt{\frac{1}{2}}$ см. 3. $16\sqrt{2}$ см. 4. $4\sqrt{2}$ см.

8. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC образует со стороной BC угол, равный 30° , а угол между диагоналями равен 105° . Найдите отношение диагоналей параллелограмма.



Ответ: _____

9. Найдите угол между стороной и большей диагональю ромба, если длина стороны равна $2\sqrt{6}$ см, а площадь ромба равна 12 см^2 .



Ответ: _____

10. (Дополнительная задача.) Найдите диагональ AC равнобокой трапеции $ABCD$, если $\angle ABC = 135^\circ$, а радиус окружности, описанной около трапеции, равен 5 см.

Ответ: _____

6. Определите взаимное расположение ненулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если справедливо утверждение $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Ответ: _____

7. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}_1 \{-3; -3\}$ и $\vec{a}_2 \{4; -4\}$.

Ответ: _____

8. Угол между векторами $\vec{a} \{4; -6\}$ и $\vec{b} \{3; y\}$ равен 120° . Найдите y .

Ответ: _____

9. (Дополнительная задача.) Определите вид треугольника, если его высоты равны 2 см, 2,5 см и 5 см.

Ответ: _____

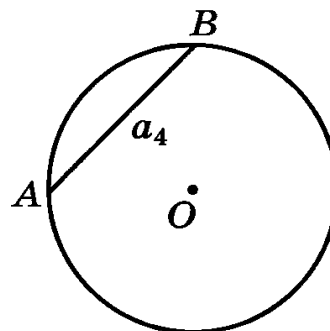
1. Как изменится радиус окружности, если ее площадь уменьшить в три раза?

Ответ: _____

2. Найдите длину дуги окружности, соответствующей центральному углу, равному 120° , если радиус окружности 6 см.

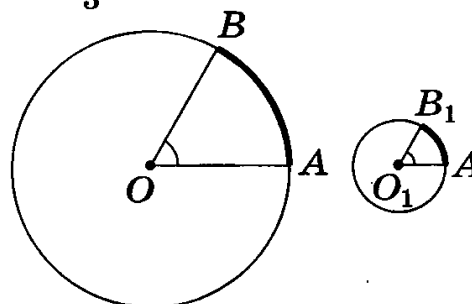
Ответ: _____

3. В окружности радиуса 5 см хорда AB является стороной правильного четырехугольника, вписанного в эту окружность. Найдите длину меньшей дуги, стягиваемой этой хордой.



1. $\frac{5\pi}{2}$ см. 2. $\frac{5\pi}{4}$ см. 3. $\frac{10\pi}{3}$ см. 4. $\frac{5\pi}{3}$ см.

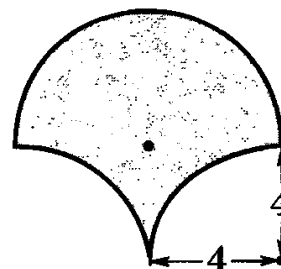
4. Дуги A_1B_1 и AB соответствуют равным центральным углам. Найдите отношение длин дуг A_1B_1 и AB , если радиус окружности с центром в точке O равен 9 см, а радиус окружности с центром в точке O_1 равен 3 см.



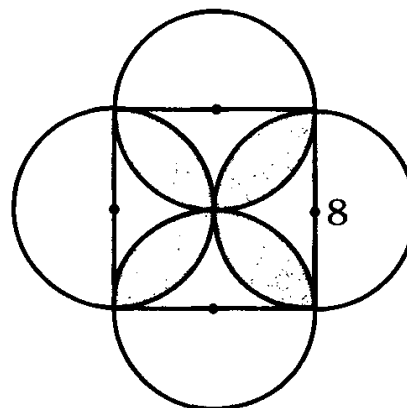
Ответ: _____

5. Найдите длину границы закрашенной фигуры, используя данные рисунка.

1. 4π . 2. 8π . 3. 16π . 4. 6π .



6. На сторонах квадрата как на диаметрах построены окружности. Найдите площадь закрашенной фигуры, используя данные рисунка.



Ответ: _____

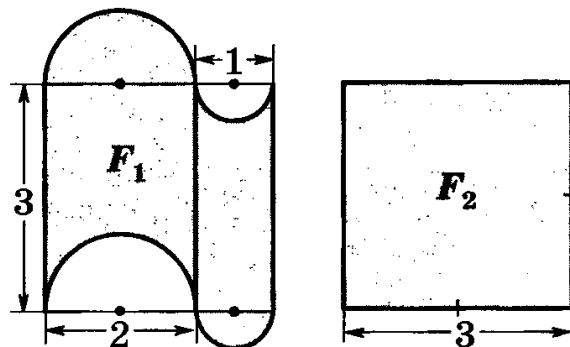
7. Сравните площади S_{F_1} и S_{F_2} закрашенных фигур F_1 и F_2 , используя данные рисунка.

1. $S_{F_1} = S_{F_2}$.

2. $S_{F_1} < S_{F_2}$.

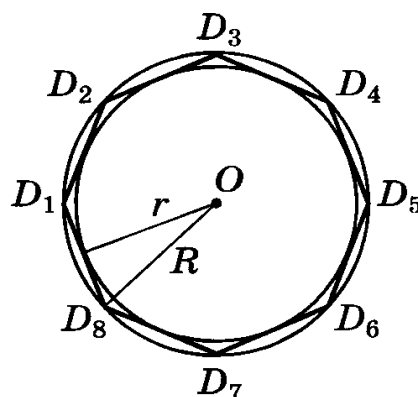
3. $S_{F_1} > S_{F_2}$.

4. Сравнить невозможно.



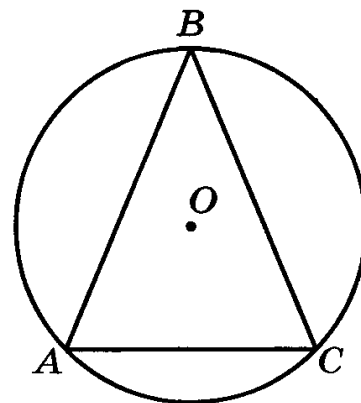
8. Площадь кольца, образованного окружностью, описанной около правильного восьмиугольника, и окружностью, вписанной в него, равна π . Найдите сторону восьмиугольника.

Ответ: _____



9. Около равнобедренного треугольника ABC , основание которого равно 6 см, а боковая сторона равна 5 см, описана окружность. Найдите радиус окружности, если площадь треугольника равна 12 см^2 .

Ответ: _____



10. (Дополнительная задача.) На стороне AB правильного треугольника ABC как на диаметре построен полукруг радиуса 6 см. Найдите площадь фигуры FAD , ограниченной хордами AF и AD и дугой FD .

Ответ: _____

